Q.C.M :

1. $x \to 1+tg^2\, x$
2. $x \to 1-Cos\, x$
3. impaire
4. $x \to \dfrac{1}{2(1-x)^2} - \dfrac{1}{2}$
5. $x \to x \sin x + Cos\, x$

Vrai - Faux :

1. (Vrai)

En effet : cette primitive est dérivable sur $\mathbb{R}$ d'où elle est continue sur $\mathbb{R}$

2. (VRAI)

$$F(x) = \begin{cases} x^2 \sin\dfrac{1}{x} & \sin x \succ 0 \\ 0 & \sin x = 0 \end{cases}$$

F et dérivable sur $]0,+\infty[$

$$F'(x) = 2x \sin(\frac{1}{x}) + x^2(\frac{-1}{x^2} Cos \frac{1}{x})$$

$$F'(x) = 2x \sin(\frac{1}{x}) - Cos(\frac{1}{x})$$

$F'(x) = f(x)$ *pour* $x \succ 0$

Montrons que F est dérivable à droite en 0 *et*

$F_d'(0) = f(0) = 0$

pour $x \succ 0$

$$\frac{F(x)-F(0)}{x-0} = x \sin(\frac{1}{x})$$

$$-1 \le \sin(\frac{1}{x}) \le 1 \Rightarrow$$

$$-x \le x \sin(\frac{1}{x}) \le x$$

$$\lim_{x\to 0^+}(-x) = \lim_{x\to 0^+}(x) = 0$$

d'ou

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{F(x)-F(0)}{x-0} = 0 = f(0)$$

Conclusion : F est une primitive de f

3. (FAUX)

Contre exemple :

$f(x) = 1 \to F(x) = x$

$g(x) = x \to G(x) = \dfrac{1}{2}x^2$

$(F.G)(x) = \dfrac{1}{2}x^3$

$(F.G)'(x) = \dfrac{3}{2}x^2 \neq (f.g)(x)$

4. (FAUX)

$F(2x) \overset{\text{dérivée}}{\to} 2.f(2x)$

5. (VRAI)

Thérèse du cours :

Il existe une unique primitive de f sur I qui prend une valeur donnée en un point donnée.